8 Πραγματικά ρευστά: Επιβεβαίωση του θεωρήματος του Torricelli

Σκοπός

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η επιβεβαίωση μέσα από μια σειρά μετρήσεων και υπολογισμών του θεωρήματος του Torricelli, ενός σημαντικού νόμου της μηχανικής των ρευστών, σύμφωνα με τον οποίον η ταχύτητα ροής ρευστού από οπή στη βάση δοχείου είναι ίση με την ταχύτατα που θα είχε αυτό εάν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από την ελεύθερη επιφάνειά του.

Μέθοδος

Η μέθοδος που εφαρμόζεται είναι σχετικά απλή και ως προς την πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται, αλλά και ως προς την ευκολία λήψης των μετρήσεων που χρειάζεται να γίνουν: Με την παραδοχή ότι ποσότητα ρευστού που βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο ρέει και εξέρχεται από μια οπή, σε οριζόντιο τμήμα σωλήνα, στη βάση του δοχείου (βλ. σχ.), λαμβάνοντας υπόψη την γεωμετρία της διάταξης, μετράμε την ταχύτητα ροής μέσα στο δοχείο και υπολογίζουμε την ταχύτητα απορροής του ρευστού. Θεωρούμε κατ' αρχήν, ότι πρόκειται για ένα ιδανικό ρευστό, του οποίου η ροή μέσα στο δοχείο και στην στενή οπή εξόδου του απ' αυτό περιγράφεται από τις δύο βασικές σχέσεις της ρευστομηχανικής, τον νόμο της συνέχειας και την εξίσωση Bernoulli. Με τη μέθοδο αυτή είναι δυνατόν να επιβεβαιώσει κανείς πειραματικά την ισχύ του θεωρήματος του Torricelli, ενώ τροποποιώντας την, με μέτρηση και της ταχύτητας ροής στην οπή, μπορεί να ελεγχθεί ο βαθμός χρήσης της εξίσωσης του Bernoulli στο εν λόγω πείραμα.

Θεωρία

Οι δύο βασικοί νόμοι στην δυναμική των ρευστών περιγράφουν σε κάποιο βαθμό ικανοποιητικά την ροή ενός ρευστού.

α) Ο ***νόμος της συνέχειας*** στα ιδανικά ρευστά έχει την μορφή:

$$S \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

όπου S_1 , S_2 και v_1 , v_2 το εμβαδόν της επιφάνειας της διατομής του δοχείου και η ταχύτητα ροής του ρευστού αντίστοιχα, στα σημεία 1 και 2 (βλ. σχ.).

β) Η ***εξίσωση του Bernouli***: Στα ίδια σημαία, λαμβανομένης υπόψη και της πίεσης, λόγω υψομετρικής διαφοράς των σημείων αυτών, που αποτελεί την κινητήρια δύναμη για την επίτευξη της ροής του ρευστού, προκύπτει :

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot {v_1}^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot {v_2}^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \qquad (1)$$

όπου p_1, p_2 και h_1, h_2 η πίεση και η υψομετρική στάθμη των σημείων 1 και 2, ρ η πυκνότητα του ρευστού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και v η ταχύτητα ροής αντίστοιχα.

Άλλη διατύπωση των παραπάνω νόμων είναι η ακόλουθη: α) Το γινόμενο του εμβαδού επιφάνειας διατομής επί την ταχύτητα σε κάθε σημείο του δοχείου ροής του ρευστού είναι σταθερό (S v = σταθερό) (νόμος της συνέχειας) και β) Το άθροισμα των πιέσεων, αρχικής, δυναμικής, λόγω ταχύτητας ροής και στατικής, λόγω υψομετρικής διαφοράς ***είναι σταθερό*** σε κάθε σημείο του δοχείου ροής του ρευστού (εξίσωση Bernoulli).

Στο εν λόγω πείραμα εξετάζεται η ορθότητα της θεωρίας που περιγράφει το φαινόμενο στις συνθήκες του εργαστηρίου, σε δύο φάσεις. Στο πρώτο μέρος της εργαστηριακής άσκησης θα επιχειρηθεί η επιβεβαίωση του θεωρήματος του Torricelli, ενώ στην συνέχεια, σε δεύτερο μέρος θα εξεταστεί ο βαθμός ισχύος του νόμου της συνέχειας στο ίδιο σύστημα δοχείων, ώστε να μπορέσουν να εκτιμηθούν ποσοτικά αποκλείσεις που υπάρχουν από την κατ' αρχήν εφαρμογή του, έχοντας θεωρήσει τα ρευστά ιδανικά.

Το θεώρημα του Torricelli λέει ότι η ταχύτητα ροής ρευστού που εξέρχεται από κλειστό δοχείο αποκτά τιμή ίση με αυτήν που θα είχε εάν αυτό εκτελούσε ελεύθερη πτώση από ύψος ίσο με την υψομετρική διαφορά του σημείου εξόδου από την ελεύθερη επιφάνεια του στο δοχείο.

Τα πραγματικά ρευστά δεν είναι απολύτως ασυμπιεστά, ενώ η ροή τους εξαρτάται όχι μόνο από τις πιέσεις που ασκούνται σ' αυτά, αλλά και από δυνάμεις αντίστασης στο πεδίο ροής τους. Αυτές οφείλονται σε δυνάμεις συνοχής και συνάφειας που αναπτύσσονται εφ' ενός ανάμεσα στα επιμέρους στρώματα του ρευστού και αφ' ετέρου ανάμεσα στα στρώματα που εφάπτονται με τα ίδια τα τοιχώματα του δοχείου αντίστοιχα.

Στην πειραματική διάταξη μας, στο σχήμα 2, φαίνεται το σύστημα δοχείων. Το ρευστό ρέει κινούμενο στον κατακόρυφο σωλήνα προς την οπή που βρίσκεται στο οριζόντιο τμήμα, στην βάση του, απ' όπου εξέρχεται.
Ορίζει κανείς δύο σημεία: στην βάση του κατακόρυφου δοχείου (σωλήνα) το σημείο 1 και στη έξοδο του ρευστού από την οπή το σημείο 2, τα οποία βρίσκονται στο ίδιο (υψομετρικό) οριζόντιο επίπεδο και εφαρμόζει γι' αυτά την εξίσωση του Bernoulli και τον νόμο της συνέχειας (σχέσεις 1 και 5):

$$p_1 + \rho \cdot \mathrm{g} \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \mathrm{v}^2{}_1 = p_2 + \rho \cdot \mathrm{g} \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \mathrm{v}^2{}_2 \qquad (1)$$

Αφού είναι προφανές ότι $h_1 = h_2$ και ισχύει ο θεμελιώδης ***νόμος της υδροστατικής***

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot \mathrm{g} \cdot h$$

εξ αιτίας της πίεση που ασκείται από το βάρος των υπερκείμενων στρωμάτων του ρευστού (υψομετρική πίεση), με αντικατάσταση η σχέση (1) γίνεται

$$\rho \cdot \mathrm{g} \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \mathrm{v}^2{}_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \mathrm{v}^2{}_2 \qquad (2)$$

ενώ λύνοντας την ως προς v_2 έχουμε:

$$\mathrm{v}_2 = \sqrt{2 \cdot \mathrm{g} \cdot h + \mathrm{v}^2{}_1} \qquad (3)$$

η οποία απλοποιείται σε $\mathrm{v}_2 = \sqrt{2 \cdot \mathrm{g} \cdot h_1}$ (4)

αφού λόγω της ισχύος του νόμου της συνέχειας

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \qquad (5)$$

μπορεί να γίνει η παραδοχή, ότι για $S_1 \gg S_2$ είναι $\mathrm{v}_1 \ll \mathrm{v}_2$.

Αντικαθιστώντας στην σχέση (5) τα εμβαδά των δύο επιφανειών διατομής (κυλινδρικού σωλήνα και κυκλικής οπής)

$$S_1 = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \qquad S_2 = 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

και λύνοντας ως προς v_2 έχουμε

$$v_2 = \left|\frac{S_1}{S_2}\right| \cdot v_1 = \left|\frac{\pi \cdot R^2}{\pi \cdot r^2}\right| \cdot v_1 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \left|\frac{R^2}{r^2}\right| \cdot v_1 \qquad (6,7)$$

από την οποία με χρήση της (4) και αντικατάσταση στην σχέση (7) προκύπτει για την ταχύτητα v_1

$$v_1 = \left[\frac{r^2}{R^2}\right] \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \qquad (8)$$

Δεδομένου ότι η v_1 εκφράζει την χρονική μεταβολή του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού στο πρώτο δοχείο, η σχέση (8) μετατρέπεται σε

$$\frac{dh}{dt} = \left[\frac{r^2}{R^2}\right] \cdot \sqrt{2 \cdot \mathrm{g}} \cdot h^{1/2} \qquad (9)$$

από την οποία, με διαχωρισμό των μεταβλητών παίρνει τη μορφή

$$h^{-1/2} \cdot dh = \left[\frac{r^2}{R^2}\right] \cdot \sqrt{2 \cdot \mathrm{g}} \cdot dt \qquad (10)$$

Ολοκληρώνοντας αυτήν μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και *t* και των σημείων για το ύψος 0 και *h*

$$\int_0^h h^{-1/2} \cdot dh = \left[\frac{r^2}{R^2}\right] \cdot \sqrt{2 \cdot \mathrm{g}} \cdot \int_0^t dt \qquad (11)$$

προκύπτει ως τελικό αποτέλεσμα, λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές συνθήκες, ότι για *t=0* είναι *h=h₀*, η σχέση (12), με την μορφή:

$$h^{1/2} - h_0^{1/2} = \left[\left|\frac{r^2}{R^2}\right| \cdot \sqrt{\frac{g}{2}}\right] \cdot t \qquad (12)$$

όπου h_0 είναι το ύψος της στήλης του υγρού στο μεγάλο, κατακόρυφο δοχείο κατά την χρονική στιγμή t=0.

Όπως εύκολα αναγνωρίζει κανείς η σχέση (12) είναι γραμμική της μορφής y = a x. Ετσι κατασκευάζοντας την γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$h^{1/2} - h_0^{1/2} = f(t)$$

προκύπτει από τον υπολογισμό της **κλίσης** *k* της ευθείας η σχέση (13)

$$k = \left|\frac{r^2}{R^2}\right| \cdot \sqrt{\frac{g}{2}} \qquad (13)$$

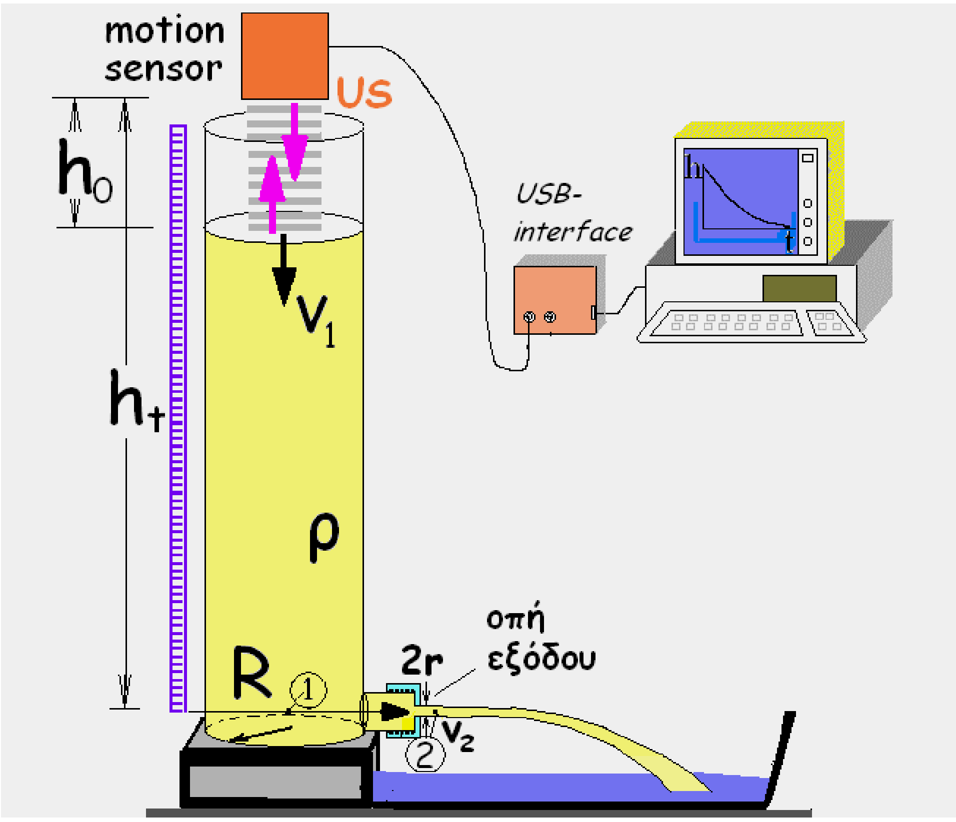
από την οποία έχουμε έκφραση για την επιτάχυνση της βαρύτητας, στη μορφή:

$$g = \frac{2 \cdot k^2 \cdot R^2}{r^2} \tag{14}$$

Η βασική σχέση (12) που θα χρησιμοποιήσουμε ισχύει σ' αυτήν την μορφή της μόνο εφ' όσον η μέτρηση του ύψους γίνει από πάνω, με τον αισθητήρα θέσης, ώστε ταχύτητα και μεταβολή του ύψους να έχουν την ίδια φορά (αλλιώς βλέπε εναλλακτικό τρόπο μέτρησης).

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται και φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 1, αποτελείται από: **α)** ένα δοχείο κυλινδρικού σχήματος από Plexiglas, το οποίο φέρει κατά μήκος του μετροταινία και στην βάση του υπάρχει οριζόντιος σωλήνας με στενή οπή, **β)** μία σειρά από οπές διαφορετικού ανοίγματος διατομής, **γ)** έναν αισθητήρα κίνησης (motion sensor) (ενδεχομένως και δύναμης), συνδεδεμένο με τον υπολογιστή, **δ)** διάφορα στηρίγματα και μια βάση και **ε)** ένα δοχείο απορροής.



Σχήμα 3.: Η πειραματική διάταξη σχηματικά.

Για τη μέτρηση της θέσης της στάθμης του υγρού κάθε χρονική στιγμή, απ' όπου προκύπτει η ταχύτητα ροής v_1 χρησιμοποιείται ο αισθητήρας θέσης ή κίνησης (motion sensor) της εταιρείας Pasco (PS 2001), συνδεδεμένος στη θύρα USB με τον υπολογιστή, μέσω ενός διασυνδέτη (PS 2003). Η αρχή λειτουργίας του βασίζεται στην συνεχή εκπομπή υπερηχητικών κυμάτων υπό μρρφή παλμών προς την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, τα οποία ανακλώνται και επιστρέφουν με μια χρονική καθυστέρηση πίσω στον αισθητήρα. Το χρονικό αυτό διάστημα που μετράται με ακρίβεια αποτελεί μέτρο της απόστασης της ανακλώσας επιφάνειας από τον αισθητήρα. Η μέτρηση επαναλαμβάνεται με ρυθμό έως 50 μετρήσεων ανά sec (επιλέγεται η ταχύτητα δειγματοληψίας), με αποτέλεσμα να μπορεί να μετρηθεί ταυτόχρονα και η ταχύτητα της κινούμενης επιφάνειας. Η μέτρηση πραγματοποιείται με τη βοήθεια του προγράμματος DataStudio. Στην οθόνη του υπολογιστή καταγράφεται η θέση και ο χρόνος σε μορφή γραφικής παράστασης.

Μετροταινία κατά μήκος του δοχείου επιτρέπει την ανάγνωση του ύψους της ελεύθερης στάθμης του υγρού μέσα σ' αυτό.

Πειραματική διαδικασία

Αναγνωρίζουμε την πειραματική διάταξη όπως φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 3 και αποφασίζουμε για τα βήματα που θα ακολουθήσουμε στην εκτέλεση του πειράματος. Θα χρησιμοποιήσουμε την ίδια διαδικασία μετρήσεων για τρις διαφορετικής διαμέτρου οπές. Προτείνεται η ακόλουθη σειρά διαδικασιών:

1. Μετράμε με ένα διαστημόμετρο βερνιέρου, με ακρίβεια, την ακτίνα του δοχείου R

   R = ……………….

   και των οπών

   r_1 = …………., r_2 = ……………., r_3 = ……………………

   (εάν δεν επαρκή η ακρίβεια η μέτρηση μπορεί να γίνει με οπτικό επίσης μικροσκόπιο)

2. Τοποθετούμε, βιδώνοντάς την, την πρώτη οπή στην βάση του δοχείου, φράσσοντας την με το δάκτυλό μας προσωρινά και γεμίζουμε το δοχείο με νερό μέχρι το ύψος πχ 30 cm.
3. Μετράμε και σημειώνουμε την θερμοκρασία του νερού.

   T = ………… °C

4. Τοποθετούμε το δοχείο στην βάση του και στηρίζουμε τον αισθητήρα θέσης μερικά εκατοστά πάνω από το ανοικτό στόμιο του (βλ. σχ.), στο κέντρο του και με τον σωστό προσανατολισμό !!.
5. Αφού έχουμε συνδέσει αισθητήρα και USB-διασυνδέτη με τον υπολογιστή, ενεργοποιούμε το πρόγραμμα DataStudio, στο οποίο ορίζουμε παραμέτρους (setup) πχ τον ρυθμό λήψης μετρήσεων ανά 2 sec, ενώ ανοίγουμε στην επιφάνεια εργασίας του την γραφική παράσταση (graph) απόστασης-χρόνου.
6. Πατώντας το κουμπί έναρξης (start) και στην συνέχεια το κουμπί τερματισμός (stop), δοκιμάζουμε τη λειτουργία του, ελέγχοντας, ότι η μέτρηση (ακούγεται ένα μικρός ήχος) και η καταγραφή γίνονται σωστά και φαίνονται τα σημεία τιμών μέτρησης στο γράφημα.
7. Αν όλα είναι εντάξει, ελευθερώνουμε την οπή, ενεργοποιώντας ταυτόχρονα το πρόγραμμα (κουμπί start) και αφήνουμε να γίνει η συλλογή δεδομένων, μέχρις ότου αδειάσει το νερό από την οπή, οπότε σταματάμε την μέτρηση (πατάμε stop).
8. Αδειάζουμε το δοχείο απορροής, αντικαθιστούμε την οπή με τη δεύτερη (ακολούθως με την τρίτη) και επαναλαμβάνουμε την ίδια με παραπάνω διαδικασία (βήματα 3 -7).

Επεξεργασία δεδομένων και Αποτελέσματα

1. Μεταφέρουμε τα δεδομένα κάθε μέτρησης από το πρόγραμμα DataStudio σε αρχείο μορφής txt (file -> export data -> επιλογή μέτρησης), έτσι ώστε αυτό να μπορέσει στην συνέχεια να ανοιχθεί από το πρόγραμμα Excel ή το πρόγραμμα Origin για επεξεργασία: α) υπολογίζονται η διαφορά $\sqrt{h} - \sqrt{h_0}$ για όλες τις τιμές στις στήλες και β) κατασκευάζεται η γραφική παράσταση $\sqrt{h_0} - \sqrt{h_0} = f(t)$.
2. Η καμπύλη που προκύπτει από τα πειραματικά σημεία έχει ένα ευθύγραμμο μέρος (στο αρχικό τμήμα της έως το μέσο της). Σ' αυτό υπολογίζεται η κλίση. Προσαρμόζει κανείς σ' αυτήν την περιοχή της καμπύλης των πειραματικών δεδομένων μια ευθεία (γραμμή τάσης, best fit) και από την εξίσωση της ευθείας προκύπτει η ζητούμενη κλίση.

3. Ακολούθως γίνεται αντικατάσταση των τιμών της κλίσης και των ακτίνων R και r στην σχέση (14) και υπολογίζεται η επιτάχυνση της ταχύτητας, ως τελικό αποτέλεσμα.

4. Θα πρέπει να εξαχθούν τρια αποτελέσματα για τις τρις οπές, καθώς και η μέση τιμή τους.

- ✓ Ζητείται επίσης να γίνει μια εκτίμηση των σφαλμάτων που έχουν υπεισέλθει κατά την πειραματική διαδικασία, τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά.

- ✓ Επιβεβαιώνεται με τα αποτελέσματα η ισχύς του θεωρήματος του Torricelli; Και σε ποιόν βαθμό (ποσοστιαία εκτίμηση);

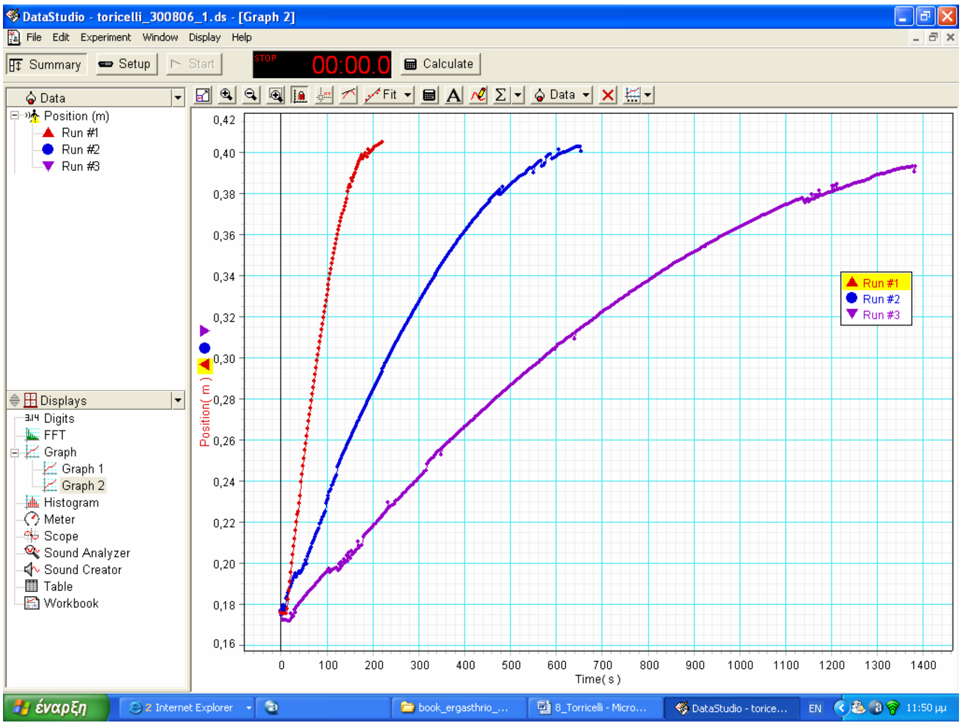
- ✓ Παίζει ρόλο η θερμοκρασία στη διαδικασία μετρήσεων μας και προς ποια κατεύθυνση επηρεάζεται το αποτέλεσμα;

Διορθωτικοί παράγοντες

1. Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, ότι η διατομή της στήλης εξόδου του νερού στο σημείο 2 δεν ταυτίζεται με τη διατομή της οπής, εξ αιτίας δυνάμεων συνοχής που επενεργούν εντονότερα, όταν το νερό έχει εγκαταλείψει το δοχείο. Αυτό μπορεί να εκτιμηθεί με λεπτομερή παρατήρηση του πίδακα εξόδου που σχηματίζεται και με μέτρηση της διαμέτρου του (πρόταση για τρόπο μέτρησης;). Σε άλλη περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας εμπειρικός κατ' εκτίμηση διορθωτικός παράγοντας 0,65, με τον οποίον θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί το εμβαδόν της.

2. Στους υπολογισμούς μας δεχτήκαμε, ότι το νερό είναι ένα ιδανικό ρευστό, πράγμα που δεν ισχύει ή ισχύει κατά προσέγγιση με αρκετή επιφύλαξη. Μπορούμε να εκτιμήσουμε σε ποιο βαθμό αυτό επηρεάζει τα αποτελέσματά μας και προς ποια κατεύθυνση;

Εικόνα από την οθόνη του προγράμματος DataStudio, με τις γραφικές παραστάσεις τριών μετρήσεων της απόστασης συναρτήσει του χρόνου για τρις διαφορετικές οπές.



8β

Πραγματικά ρευστά: Επιβεβαίωση του θεωρήματος του Torricelli

Εναλλακτική διεξαγωγή του πειράματος

Χειροκίνητη συλλογή δεδομένων

Σε περίπτωση που η διάταξη με τον αισθητήρα και τον υπολογιστή δεν είναι διαθέσιμη, η διεξαγωγή της άσκησης μπορεί να γίνει εξ ίσου καλά με χειροκίνητο τρόπο: Οι μετρήσεις συλλέγονται με ανάγνωση της θέσης του ύψους της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στο δοχείο σε δεδομένες χρονικές αποστάσεις.

Συγκεκριμένα αρχίζοντας από το μέγιστο ύψος h_0 την χρονική στιγμή $t = 0$, με την απορροή του νερού το ύψος h μειώνεται συνεχώς, γεγονός που σημαίνει, ότι η μεταβολή του Δh και η ταχύτητα v_1 να έχουν αντίθεση φορά. Αυτό έχει ως συνέπεια ότι η εξίσωση (12) χρειάζεται ως προς το πρόσημο στο αριστερό της σκέλος να τροποποιηθεί σε

$$h_0^{1/2} - h^{1/2} = \left[\left| \frac{r^2}{R^2} \right| \cdot \sqrt{\frac{g}{2}} \right] \cdot t \qquad (15)$$

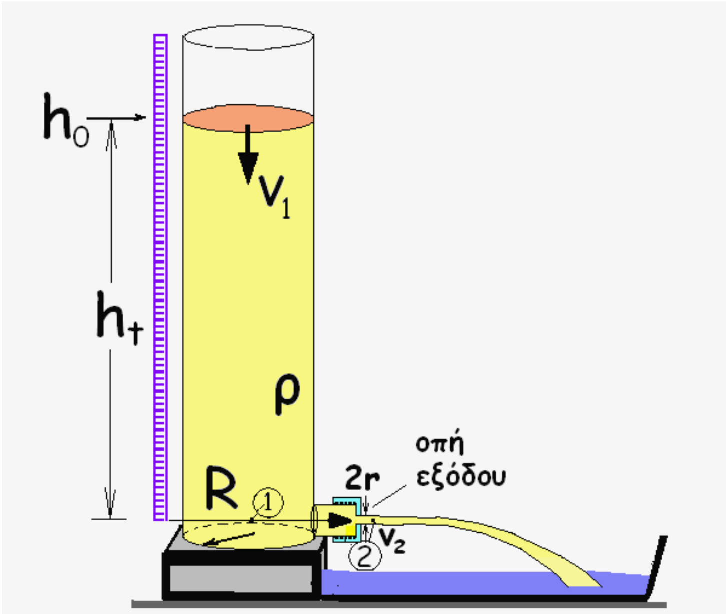
Ακολούθως ζητείται να συλλεγούν τα δεδομένα μέτρησης στο πίνακα I και μ' αυτά να γίνει η γραφική παράσταση

$$h_0^{1/2} - h^{1/2} = f(t)$$

στην οποία επίσης χρειάζεται να υπολογισθεί, από την ευθεία που προκύπτει σ' αυτήν, όπως στην σχέση (13), η **κλίση** k και ακολούθως απ' αυτήν να εξαχθεί τιμή για την επιτάχυνση της ταχύτητας ως:

$$k = \left| \frac{r^2}{R^2} \right| \cdot \sqrt{\frac{g}{2}} \qquad\qquad g = \frac{2 \cdot k^2 \cdot R^2}{r^2} \qquad (13,14)$$

<u>*Σχήμα 2:*</u>



Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη είναι ίδια, λίγο τροποποιημένη, σε σχέση με αυτή στο σχήμα 1.

Πειραματική διαδικασία

Η διαδικασία και τα επιμέρους βήματα των εργασιών που θα ακολουθηθούν, είναι σε μεγάλο βαθμό κοινά με αυτά που παρατίθενται στο προηγούμενο μέρος (αυτόματη λήψη μετρήσεων). Αρχίζοντας από ένα ύψος στήλης νερού πχ h_0=30 cm συλλέγονται τιμές ύψους και χρόνου για δεδομένα ύψη (πχ κάθε 5 cm ο αντίστοιχος χρόνος, μέχρις ότου απορρεύσει όλη η μάζα του νερού μέσα από την οπή), τα οποία καταχωρούνται στον πίνακα τιμών Ι, του οποίου υπόδειγμα υπάρχει παρακάτω.

Επεξεργασία δεδομένων και Αποτελέσματα

Με βάση τα συλλεχθέντα δεδομένα στην στήλη 2 του πίνακα Ι υπολογίζεται στην στήλη 4 η διαφορά $\sqrt{h_0} - \sqrt{h}$ για όλες τις τιμές. Στη συνέχεια κατασκευάζεται η γραφική παράσταση $\sqrt{h_0} - \sqrt{h} = f(t)$ σε μιλλιμετρέ χαρτί, με το χέρι ή με τη βοήθεια ενός προγράμματος, όπως το Excel ή το Origin.
Η καμπύλη που προκύπτει από τα πειραματικά σημεία έχει ένα ευθύγραμμο μέρος, στο μέσο της. Σ' αυτό υπολογίζεται η κλίση.

Ακολούθως γίνεται αντικατάσταση της τιμής της στην σχέση (14) και υπολογίζεται η επιτάχυνση της ταχύτητας, ως τελικό αποτέλεσμα.
Θα πρέπει να εξαχθούν τρια αποτελέσματα για τις τρις οπές, καθώς και η μέση τιμή τους.
Ζητείται επίσης να γίνει μια εκτίμηση των σφαλμάτων που έχουν υπεισέλθει κατά την πειραματική διαδικασία, τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά.

Επιβεβαιώνεται με τα αποτελέσματα η ισχύς του θεωρήματος του Torricelli; Και σε ποιόν βαθμό (ποσοστιαία εκτίμηση);

Παίζει ρόλο η θερμοκρασία στη διαδικασία μετρήσεων μας και προς ποια κατεύθυνση επηρεάζεται το αποτέλεσμα;

Διορθωτικοί παράγοντες

1. Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, ότι η διατομή της στήλης εξόδου του νερού στο σημείο 2 δεν ταυτίζεται με τη διατομή της οπής, εξ αιτίας δυνάμεων συνοχής που επενεργούν εντονότερα, όταν το νερό έχει εγκαταλείψει το δοχείο. Αυτό μπορεί να εκτιμηθεί με λεπτομερή παρατήρηση του πίδακα εξόδου που σχηματίζεται και με μέτρηση της διαμέτρου του (πρόταση για τρόπο μέτρησης;). Σε άλλη περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας εμπειρικός κατ' εκτίμηση διορθωτικός παράγοντας 0,65, με τον οποίον θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί το εμβαδόν της.

2. Στους υπολογισμούς μας δεχτήκαμε, ότι το νερό είναι ένα ιδανικό ρευστό, πράγμα που δεν ισχύει ή ισχύει κατά προσέγγιση με αρκετή επιφύλαξη. Μπορούμε να εκτιμήσουμε σε ποιο βαθμό αυτό επηρεάζει τα αποτελέσματά μας και προς ποια κατεύθυνση;

Προτεινόμενοι πίνακες οργάνωσης των δεδομένων

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ I **πρώτη οπή**: r_1 = ……………….[cm]
h_0 = ………………..[cm]
$\sqrt{h_0} = ...[cm^{1/2}]$

Α/Α	Ύψος h σε [cm]	Χρόνος t σε [s]	$\sqrt{h_0}-\sqrt{h}$ σε [$cm^{1/2}$]	Κλίση σε [$cm^{1/2}/s$]
1				
2				
3				
4				………………….
5				
6				
7				

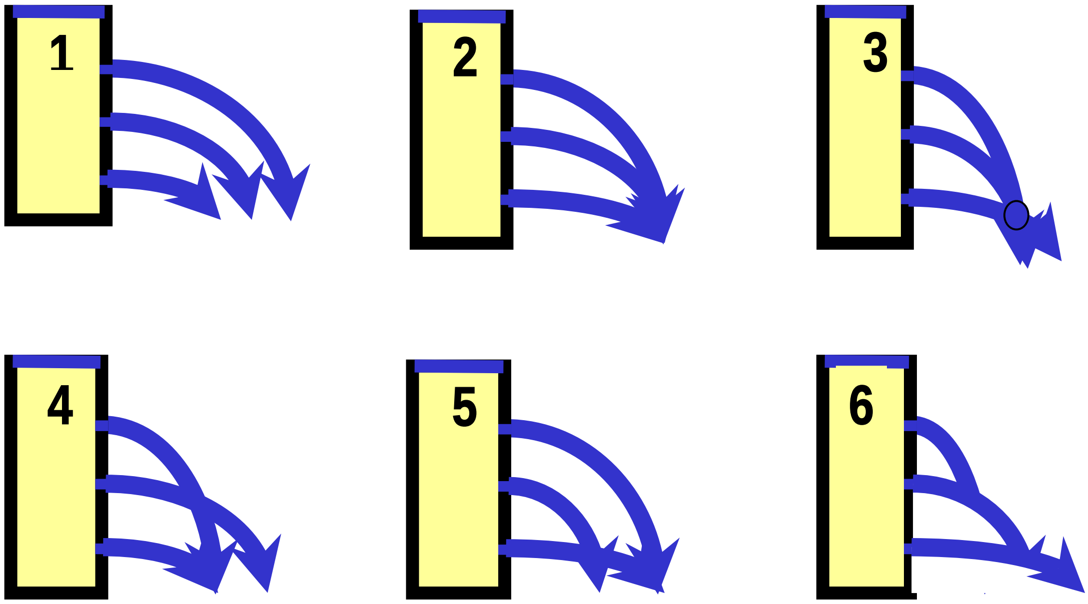
ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ II **δεύτερη οπή**: r_1 = ……………….[cm]
h_0 = ………………..[cm]
$\sqrt{h_0} = ...[cm^{1/2}]$

Α/Α	Ύψος h σε [cm]	Χρόνος t σε [s]	$\sqrt{h_0}-\sqrt{h}$ σε [$cm^{1/2}$]	Κλίση σε [$cm^{1/2}/s$]
1				
2				
3				
4				………………….
5				
6				
7				

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ III **τρίτη οπή**: r_1 = ……………….[cm]
h_0 = ………………..[cm]
$\sqrt{h_0} = ...[cm^{1/2}]$

Α/Α	Ύψος h σε [cm]	Χρόνος t σε [s]	$\sqrt{h_0}-\sqrt{h}$ σε [$cm^{1/2}$]	Κλίση σε [$cm^{1/2}/s$]
1				
2				
3				
4				………………….
5				
6				
7				

Ποια από τις έξι περιπτώσεις ανταποκρίνεται στο θεώρημα του Torricelli;



Evangelista
Torricelli
(1607-1647)